# ЧЕКЛИ СТЕРЖЕНДА ИССИҚЛИК ОҚИМИНИ БОШҚАРИШ

**ЖДПИ ўқитувчиси Холбоев Н.А.**

**Аннотация**. Ушбу тезисда чекли стерженда иссиқлик оқимини бошқариш ҳақида маълумот берилган.

Калит сўзлар. Стержен, иссиқлик оқими.

Қуйидаги кўринишдаги иссиқлик тарқалиш тенгламасини қараймиз:

$$\frac{1}{a_1^2}\frac{\partial u_1(\mathrm{x,t})}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_1(\mathrm{x,t})}{\partial x^2},\ -l<x<0,\ t>0, \tag{1}$$

$$\frac{1}{a_2^2}\frac{\partial u_2(\mathrm{x,t})}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_2(\mathrm{x,t})}{\partial x^2},\ 0<x<l,\ t>0. \tag{2}$$

Бу тенгламаларга қуйидаги чегаравий масалаларни қўямиз:

$$u_1(-l,t)=\mu(\mathrm{t}),\quad t>0, \tag{3}$$

$$u_2(l,t)=0,\quad t>0, \tag{4}$$

$$u_1(0-0,t)=u_2(0+0,\mathrm{t}),\quad t>0, \tag{5}$$

$$\left.\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0-0}=\left.\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0+0},\quad t>0, \tag{6}$$

$$u_1(\mathrm{x},0)=0,\ -l<x<0,\quad u_2(\mathrm{x},0)=0,\quad 0<x<l,\ t>0. \tag{7}$$

Юқоридаги параболик типдаги тенгламалар, узунлиги $l$ га тенг зичликлари, турли хил бўлган бир жинсли стерженлар бир бири билан уланган ҳолатдаги иссиқли тарқалиш жараёнини тавсифлайди. Стерженлар уланган нуқтага координата бошини жойлаштирамиз, координата ўқини эса стержень бўйлаб йўналтирамиз. Стерженнинг чап учидан иссиқлик узатиш бошқарилади, $\mu(t)$ -иссиқликни бошқариш функцияси. Стержень ташқи муҳит билан иссиқлик алмашмайди деб фараз қиламиз.

Стерженнинг ўртача температураси деб

$$\frac{1}{2l}\int_{-l}^{l}u(x,t)dt=\theta(t),\quad t>0, \tag{8}$$

катталикка айтамиз, бу ерда $u(x,t)=\begin{cases} u_1(x,t), & -l<x<0, \\ u_2(x,t), & 0<x<l. \end{cases}$

Бошқарув функцияси $|\mu(t)|\le M$ чегаланган функция. Юқоридаги шартлардан $\theta(0)=0$ ва $\mu(0)=0$ бўлишлиги келиб чиқади.

**Масала**. Берилган $\theta(t)$ функция учун шундай $\mu(t)$ бошқарув функциясини топиш керакки, (3)-(7) шартларни қаноатлантирувчи берилган (1) ва (2) тенгламалар ягона ечимга эга бўлсин.

Ушбу масалани ечиш учун қуйидаги иккита алоҳида масалаларни ечамиз. Аввал $\mu(t)$ функция берилган деб ҳисоблаймиз.

Аввал биринчи $\frac{1}{a_1^2}\frac{\partial u_1(\mathrm{x,t})}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_1(\mathrm{x,t})}{\partial x^2}$ тенгламанинг қуйидаги берилган $u_1(-l,t)=\mu(\mathrm{t}),\quad u_1(0,t)=g(\mathrm{t}),\quad u_1(\mathrm{x},0)=0,\ -l<x<0,\quad t>0.$ шартларни бажарувчи ечимини топамиз, бу ерда $g(\mathrm{t})$ функция $u_1(\mathrm{x,t})$ функция билан аниқланади. Кейин иккинчи $\frac{1}{a_2^2}\frac{\partial u_2(\mathrm{x,t})}{\partial t}=\frac{\partial^2 u_2(\mathrm{x,t})}{\partial x^2}$ тенгламани $u_2(l,t)=0,\ u_2(0,t)=g(t),$ ва $u_2(\mathrm{x},0)=0,\ \ 0<x<l,\ t>0$ шартлар билан ечимини топамиз. Сўнгра топилган ечимни (8) интегралга қўямиз, натижада берилган $\theta(t)$ га мос $\mu(t)$ функция топилади. Юқорида айтилган масалаларни ечишда ўзгарувчиларни ажратиш усули яъни Фурье усулини қўллаймиз.

## Адабиётлар


1.Тихонов А.Н.,Самарский А.А. Уравнения математической физики,Наука, М., 1977.-736С.

2. Alimov Sh. On a control problem associated with the heat transfer process, Euraasian Mathematical Journal, No 2, vol.1, 2010, P.17-30.

3. Albeverio S., Alimov Sh. On a Time-Optimal Control Associated with the Heat Exshange Process, Appl Math optim. No 57, 2008, P.58-68.